El principio de composición y descomposición de propiedades en las interpretaciones modales de la mecánica cuántica

The principle of composition and decomposition of properties in modal interpretations of quantum mechanics

O princípio de composição e decomposição de propriedades nas interpretações modais da mecânica quântica

Matías Daniel Pasqualini
CONICET - Instituto de Investigaciones "Dr. Adolfo Prieto", Universidad Nacional de Rosario, Argentina.
matiaspasqualini@gmail.com
0000-0003-0084-1363

→ **Recibido:** 23 / 10 / 2025
→ **Aceptado:** 11 / 12 / 2025
→ **Publicado:** 26 / 12 / 2025

→ **Artículo Dossier**
"Filosofía y Fundamentos de la Física"

→ **Cómo citar:** Pasqualini, M. D. (2025). El principio de composición y descomposición de propiedades en las interpretaciones modales de la mecánica cuántica. *Culturas Científicas*, 6(1), pp. 152-172. https://doi.org/10.35588/cc.v6d7883

[RESUMEN]

Las interpretaciones modales de la mecánica cuántica se desarrollaron a partir de los años 80, con el propósito de dar cuenta de la medición cuántica sin introducir colapsos de la función de onda. Uno de los factores que moldeó la evolución de dichas interpretaciones fue su adecuación al principio de composición y descomposición de propiedades, que establece reglas que permiten hacer corresponder a las propiedades de los sistemas compuestos con las de sus subsistemas. En efecto, en algunas de las primeras interpretaciones modales de la mecánica cuántica, dicho principio no resulta satisfecho. Este hecho motivó el desarrollo de nuevas interpretaciones modales que evitaran dicha inadecuación, entre ellas, la interpretación modal-Hamiltoniana. En este artículo, se discutirá en qué sentido preciso se produce el fallo del principio de composición y descomposición de propiedades en algunas interpretaciones modales y de qué manera se soluciona esta cuestión en otras. Asimismo, se explorará si pueden relajarse las restricciones que la interpretación modal-Hamiltoniana impone a su regla de actualización para evitar problemas con el mencionado principio.

[PALABRAS CLAVES]

Interpretaciones modales; Ontología de la mecánica cuántica; Principio de composición de propiedades; Principio de descomposición de propiedades; Regla de actualización.

[ABSTRACT]

Modal interpretations of quantum mechanics were developed in the 1980s with the aim of explaining quantum measurement without invoking a collapse of the wave function. One of the key factors that influenced the evolution of these interpretations was their compliance with the principle of composition and decomposition of properties, which establishes the correspondence between the properties of composite systems and those of their subsystems. In several of the earliest modal interpretations, however, this principle is not satisfied. This limitation motivated the development of alternative versions designed to overcome such inadequacy, among them the modal-Hamiltonian interpretation. In this article, we examine the precise sense in which the principle of composition and decomposition of properties fails in certain modal interpretations and how this problem is resolved in others. We also explore whether the restrictions imposed by the modal-Hamiltonian interpretation on its actualization rule can be relaxed without compromising its consistency with the principle.

[KEY WORDS]

Actualization rule; Modal interpretations; Ontology of quantum mechanics; Property composition principle; Property decomposition principle.

1. Introducción

Las interpretaciones modales de la mecánica cuántica se propusieron a partir de los años 80 como un intento de lidiar con el problema de la medición cuántica sin recurrir a colapsos no unitarios. A diferencia de otras interpretaciones realistas, como la ortodoxa, *ensembles* o muchos-mundos, las interpretaciones modales buscan explicar la obtención de valores definidos a partir de reglas de actualización que sustituyen al vínculo autoestado-autovalor. Sin embargo, las primeras formulaciones, como las interpretaciones modales de descomposición biortogonal (BDMI, Kochen 1985, Dieks 1988, 1989) y de descomposición espectral (SDMI, Vermaas y Dieks 1995), enfrentaron dificultades para satisfacer el principio de composición y descomposición de propiedades (PCD), que exige la correspondencia entre las propiedades de los sistemas compuestos y las de sus subsistemas.

El incumplimiento del PCD motivó el desarrollo de nuevas interpretaciones modales que introducen diferentes estrategias para preservar la consistencia entre las propiedades de los sistemas cuánticos y sus subsistemas. Entre ellas, la interpretación modal atómica (AMI, Bacciagaluppi y Dickson 1999) restringe la asignación de propiedades a la partición de grano más fino posible, mientras que la interpretación modal perspectival (PMI, Bene y Dieks 2002) reformula ontológicamente las propiedades en términos relacionales. La interpretación modal-Hamiltoniana (MHI, Lombardi y Castagnino 2008), en cambio, fija a priori el contexto de preferencia en el conjunto de observables compatibles con el Hamiltoniano y restringe la aplicación de la regla de actualización a sistemas elementales.

El presente trabajo examina en qué sentido las distintas interpretaciones modales logran o no satisfacer el principio de composición y descomposición de propiedades, y analiza especialmente la manera en que la interpretación modal-Hamiltoniana evita el fallo del principio. Asimismo, se evalúa si las restricciones impuestas por su regla de actualización podrían relajarse sin comprometer dicha adecuación, abriendo la posibilidad de extender la aplicación de la MHI a múltiples particiones de un sistema total. El objetivo general es determinar en qué condiciones formales y ontológicas puede garantizarse la consistencia entre las propiedades de los sistemas cuánticos y las de sus partes dentro del marco modal.

El artículo se organiza del siguiente modo. En la Sección 2 se presenta una caracterización general de las interpretaciones modales y de la MHI en particular. La Sección 3 examina la formulación del principio de composición y descomposición de propiedades, los modos en que las interpretaciones modales de la primera generación (BDMI, SDMI) no lo satisfacen y las estrategias adoptadas por la AMI y la PMI. La Sección 4 analiza cómo la MHI enfrenta este problema y considera la posibilidad de ampliar su regla de actualización a múltiples particiones. Finalmente, se ofrecen las conclusiones, donde se sintetizan los resultados y se discuten sus implicaciones para la ontología de las propiedades cuánticas.

2. Las interpretaciones modales de la mecánica cuántica

Las interpretaciones modales tuvieron como antecedente una propuesta de Bas van Fraassen (1972), quien planteó la posibilidad de establecer una semántica modal para la lógica cuántica, en la que las proposiciones cuánticas se interpreten en términos de posibilidades no necesariamente actualizadas. La idea básica, común a todas las interpretaciones modales, consiste en prescindir parcialmente del *vínculo autoestado-autovalor*. Dicho principio, aceptado en la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica, establece que un sistema cuántico solo tiene una propiedad actual correspondiente a un autovalor de cierto observable, si y solo si el estado del sistema coincide con un autoestado de dicho observable (Gilton 2016). Del rechazo de este principio, surge la posibilidad de establecer una distinción entre el *estado-dinámico* y el *estado-valor*:

- El *estado-dinámico* determina cuáles son las propiedades posibles de un sistema y qué probabilidad se asigna a cada una de ellas.
- El *estado-valor* determina cuáles son las propiedades actuales de un sistema, es decir, cuáles son los valores definidos que toma cierto conjunto de observables compatibles.

A partir de esta propuesta inicial de van Fraassen, se fue desarrollando a lo largo de los años una familia de interpretaciones de la mecánica cuántica que recibieron el nombre de *interpretaciones modales*. Además del rechazo, al menos parcial, del vínculo autoestado-autovalor y del desdoblamiento de la noción de estado en estado-dinámico y estado-valor, las interpretaciones modales comparten las siguientes características (ver Lombardi y Dieks 2021):

- Se basan en el formalismo estándar de la mecánica cuántica, sin introducir modificaciones en el mismo (a diferencia de la mecánica bohmiana o de las teorías de colapso espontáneo).
- Como la interpretación ortodoxa, asumen el enfoque de sistema singular y de mundo actual singular. Es decir, la mecánica cuántica no refiere a conjuntos estadísticos (interpretación de *ensembles*, ver Ballentine 1998) ni a las contrapartes de un mismo sistema en distintos mundos actuales (interpretación de muchos-mundos, ver De Witt 1970).
- Rechazan la evolución no unitaria introducida por el postulado de proyección (en otros términos, el colapso de la función de onda), que se acepta en la interpretación ortodoxa para dar cuenta de los valores definidos que se observan en las mediciones.
- Son interpretaciones realistas y posibilistas, que asignan propiedades actuales y posibles no actualizadas a los sistemas cuánticos, tanto en situaciones de medición como fuera de las mismas.
- El estado-dinámico, que solo evoluciona unitariamente de acuerdo a la ecuación de Schrödinger, codifica la información respecto a las propiedades posibles del sistema y sus probabilidades asociadas.
- Las mediciones cuánticas se reducen a interacciones ordinarias durante las cuales el estado-dinámico continúa su evolución unitaria, sin saltos proyectivos ni colapsos.

El punto en el que las interpretaciones modales difieren entre sí es su *regla de actualización*, también llamada *regla de asignación de propiedades*. Las reglas de actualización de las interpretaciones modales vienen a sustituir al vínculo autoestado-autovalor en su cometido de asignar propiedades actuales a los sistemas cuánticos. Mientras dicho principio asigna propiedades actuales a aquel conjunto de observables compatibles que tiene al estado del sistema como uno de sus autoestados, las reglas de actualización de las interpretaciones modales determinan de otra manera cuál es el conjunto de observables compatibles o contexto de preferencia que habrá de tomar valores definidos. Es decir, la regla de actualización viene a determinar cuál es el estado-valor del sistema, mientras el estado-dinámico se limita a asignar probabilidades.

2.1. La primera generación de interpretaciones modales

La interpretación modal de descomposición biortogonal (BDMI por *Biorthogonal-Decomposition Modal Interpretation*, Kochen 1985, Dieks 1988, 1989) se caracteriza por una regla de actualización que utiliza la descomposición biortogonal del estado (descomposición de Schmidt) para seleccionar el conjunto de observables compatibles que toma valores definidos. El teorema de descomposición biortogonal de Schmidt establece que, dado un sistema compuesto por dos subsistemas, su estado selecciona (en muchos casos, de manera única) una base para cada subsistema. La BDMI selecciona esas bases como aquellas que adquieren valores definidos y, por tanto, propiedades actuales. La interpretación se aplica al problema de la medición de la siguiente manera. De acuerdo al modelo de la medición de von Neumann (1932), en la etapa de la interacción entre un sistema objeto *S* y un aparato de medición *M* el estado del sistema compuesto es:

$$\left|\Psi^{S\cup M}\right\rangle = \sum_i c_i \left|a_i\right\rangle \otimes \left|p_i\right\rangle \tag{1}$$

Donde $|a_i\rangle$ representa los autoestados del observable *A* del sistema *S*, y $|p_i\rangle$ a los autoestados del observable macroscópico *P* del aparato de medición (llamado "puntero"). Notemos que la ecuación (1) constituye una descomposición de Schmidt. Por tanto, las bases que toman valor definido son precisamente las constituidas por los autovectores $|a_i\rangle$ para el sistema S y la constituida por los autovectores $|p_i\rangle$ para el sistema M. Como resultado, uno de los valores posibles, digamos Q_k, tiene valor definido aunque no se haya aplicado el postulado de proyección y no se haya aún realizado una medición sobre S. La medición solamente revela cuál era el valor que estaba actualizado desde el momento mismo en que se produjo la interacción y se llegó al estado no separable de la ecuación (1). De esta manera, la medición no involucra un salto proyectivo del estado-dinámico del sistema, como ocurre en la interpretación ortodoxa.

Una generalización de la BDMI aplicable no solo a estados vector sino a operadores de estado es la interpretación modal de descomposición espectral (SDMI por *Spectral-Decomposition Modal Interpretation*, Vermaas y Dieks 1995). La regla de actualización de la SDMI, aunque aplicable de modo más general que la regla de la BDMI, coincide con esta en tomar una descomposición privilegiada para fijar contextos de preferencia en los que los observables toman valores definidos. Debe notarse que las reglas de actualización de la BDMI y de la SDMI resultan dependientes del estado. Por tanto, en la medida en que evoluciona el estado del sistema compuesto, las bases determinadas por la descomposición privilegiada pueden ser otras. Así, los contextos de preferencia pueden variar con el tiempo.

Como se estudiará en detalle en la Sección 3.2, esta primera generación de interpretaciones modales puede no satisfacer el principio de composición y descomposición de propiedades, hecho que motivó a desarrollar nuevas propuestas, entre ellas, la interpretación modal atómica (AMI por *Atomic Modal Interpretation,* Bacciagaluppi y Dickson 1999) y la interpretación modal perspectival (PMI por *Perspectival Modal Interpretation*, Bene y Dieks 2002). Como se podrá apreciar en las Secciones 3.3 y 3.4 respectivamente, la AMI y la PMI adoptan distintas estrategias para responder al fallo del mencionado principio. Además, se ha argumentado que estas interpretaciones fallan cuando se aplican a mediciones no ideales, ya que la descomposición de Schmidt no queda bien definida cuando el entrelazamiento entre el sistema objeto *S* y el aparato de medición *M* no es completo (Bacciagaluppi y Hemmo 1996). Para lidiar simultáneamente con la cuestión del principio de composición y descomposición de propiedades y con el problema de las mediciones no ideales, se propuso una última interpretación modal, la conocida como interpretación modal-Hamiltoniana (MHI por *Modal-Hamiltonian Interpretation*, Lombardi y Castagnino 2008).

2.2. La interpretación modal-Hamiltoniana (MHI)

En esta sección, se presenta con más detalle a la interpretación modal-Hamiltoniana de la mecánica cuántica, propuesta por Olimpia Lombardi y Mario Castagnino (2008), y desarrolladas en una serie de publicaciones junto con otros autores (e.g., Castagnino y Lombardi 2008; Ardenghi, Castagnino y Lombardi 2009; Lombardi, Castagnino y Ardenghi 2010; Ardenghi, Lombardi y Narvaja 2011; Ardenghi y Lombardi 2011; Ardenghi y Lombardi 2012; da Costa, Lombardi y Lastiri 2013; da Costa y Lombardi 2014; Lombardi y Fortin 2015; Fortin, Lombardi y Martínez González 2018; Fortin y Lombardi 2022; Lombardi y Ardenghi 2022). La interpretación modal-Hamiltoniana (MHI) se diferencia de las otras interpretaciones modales en ser la única dentro de esta familia que fija a priori el contexto de preferencia. Como se ha señalado anteriormente, las otras interpretaciones varían el contexto de preferencia de acuerdo al estado del sistema. Además, a diferencia de las otras interpretaciones modales, es capaz de lidiar adecuadamente con mediciones no ideales, ya que su modelo de la medición no requiere entrelazamiento completo en la etapa de la interacción para que se obtenga un valor definido (ver Lombardi y Castagnino 2008).

La MHI se apega al formalismo cuántico en su versión algebraica. Si bien matemáticamente equivalentes, el formalismo de espacios de Hilbert se diferencia del formalismo algebraico en que, mientras el primero permite la representación matemática de los sistemas físicos por medio de espacios vectoriales que se toman como sus espacios de estados, el segundo permite la representación matemática de los mismos por medio de álgebras de operadores. Por tanto, de acuerdo a la MHI y su ontología asociada, los observables cuánticos tienen prioridad ontológica respecto al espacio de estados, de modo que los sistemas cuánticos pasan a definirse de modo inmediato a partir de un álgebra o espacio de operadores autoadjuntos. Este hecho se refleja en el postulado de sistemas de la interpretación:

Postulado de sistemas (SP por *System Postulate*)

> **(SP)** Un sistema cuántico S está representado por un par $(\mathcal{O}, H)$ tal que (i) $\mathcal{O}$ es el espacio de operadores autoadjuntos que representa los observables de un sistema, (ii) H es el Hamiltoniano independiente del tiempo del sistema S, y (iii) si $\rho_0 \in \mathcal{O}'$ (donde $\mathcal{O}'$ es el espacio dual de $\mathcal{O}$) es el estado inicial de S, este evoluciona de acuerdo a la ecuación de Schrödinger.

El SP se caracteriza por el hecho de que los sistemas cuánticos quedan definidos de modo inmediato por un álgebra o espacio de operadores autoadjuntos que representan a los observables. De entre los operadores que forman parte del álgebra, se destaca el operador

Hamiltoniano, que representa la energía del sistema en las formulaciones hamiltonianas de las teorías mecánicas (de aquí el nombre de interpretación modal-Hamiltoniana). La interpretación impone una restricción adicional para tomar a un álgebra de operadores como representante de un sistema cuántico: su Hamiltoniano debe ser independiente del parámetro tiempo. Esto es, en términos físicos, el sistema debe ser cerrado, no debe producirse interacción con otros sistemas.

Cabe preguntarse si no es posible aplicar la interpretación a situaciones tales como un sistema cuántico en contacto con un entorno, es decir, un sistema abierto. La respuesta es que también es posible tratar tales situaciones incorporando al entorno como parte del sistema total. De este modo, el sistema de interés más el entorno forman un sistema total cerrado en el que es posible aplicar la interpretación. Con este procedimiento, es posible obtener los mismos resultados que se obtienen en los enfoques de sistemas abiertos tales como el de la decoherencia (Lombardi, Ardenghi, Fortin y Castagnino 2011). A continuación, se presenta el postulado de sistemas compuestos.

Postulado de sistemas compuestos (CSP por *Composite Systems Postulate*)

> **(CSP)** Un sistema cuántico representado por $S : (\mathcal{O}, H)$, con estado inicial $\rho_0 \in \mathcal{O}'$, es *compuesto* cuando puede ser particionado en dos sistemas cuánticos $S^1 : (\mathcal{O}^1, H^1)$ y $S^2 : (\mathcal{O}^2, H^2)$ tal que (i) $\mathcal{O} = \mathcal{O}^1 \otimes \mathcal{O}^2$, y (ii) $H = H^1 \otimes I^2 + I^1 \otimes H^2$ (donde I^1 e I^2 son los operadores identidad en los correspondientes espacios producto tensorial). En este caso, decimos que S^1 y S^2 son subsistemas del sistema compuesto S. Si el sistema no es compuesto, entonces es *elemental*.

El CSP tiene una doble relevancia. En primer lugar, permite definir a los sistemas compuestos como aquellos que admiten al menos una estructura producto tensorial (TPS por *tensor product structure*) que da partes que pueden, a su vez, ser consideradas sistemas de acuerdo al SP. Es decir, para que un sistema sea compuesto, y sus partes sean subsistemas de aquel, estas han de permanecer como sistemas cerrados, con Hamiltonianos H^1 y H^2 independientes del tiempo, sin que aparezca un término de interacción cuando se factoriza H en términos de H^1 y H^2. Además, el CSP permite, por vía negativa, definir a los llamados sistemas elementales, respecto a los cuales se aplicará luego la regla de actualización. Un sistema es elemental sino es compuesto, es decir, si no admite TPS alguna cuyas partes sean sistemas de acuerdo a lo que se exige para un sistema en el SP.

Como se ha dicho en la Sección 2.1, dado que las interpretaciones modales prescinden, al menos parcialmente, del vínculo autoestado-autovalor, estas requieren la introducción de un postulado interpretativo que lo supla en su cometido de asignar propiedades a los sistemas cuánticos. Es decir, se requiere de una regla que especifique cuál ha de ser el contexto de preferencia, es decir, cuál ha de ser el conjunto de observables compatibles a los que se asignarán valores definidos y, por tanto, propiedades actuales. Esta regla de asignación de propiedades o regla de actualización puede ser dependiente del estado del sistema (como en el caso del vínculo autoestado-autovalor o el de las interpretaciones modales diferentes de la MHI) o puede ser independiente del estado del sistema y por tanto fijado a priori (como en el caso de la mecánica bohmiana). Este último es el caso de la MHI, que fija a priori el contexto de actualización en el conjunto de observables compatibles con el operador Hamiltoniano. A saber

Regla de actualización (AR por *Actualization Rule*)

(AR) Dado un sistema cuántico elemental representado por $S\colon O.H$, los observables de S que adquieren valores actuales son H y todos los observables que conmutan con H y tienen al menos las mismas simetrías que H.

La AR, además de fijar en el Hamiltoniano independiente del tiempo el contexto de preferencia, requiere que los observables que toman valores definidos tengan las mismas simetrías, es decir, las mismas degeneraciones que el Hamiltoniano. En efecto, si tomara valor definido un observable compatible con el Hamiltoniano que no tuviera sus mismas simetrías, ocurriría que las simetrías del sistema, es decir, sus invariancias ante las transformaciones del grupo de Galileo, se romperían de una manera arbitraria. Una reformulación de la interpretación asegurando consistencia con todas las invariancias del grupo de Galileo, incluyendo la transformación de *boost*, puede hallarse en Ardenghi, Castagnino y Lombardi (2009).

3. El principio de composición y descomposición de propiedades en las interpretaciones modales

Una de las razones que llevaron a los autores de la MHI a proponer una regla de actualización (AR) que se aplica a sistemas elementales es evitar el fallo del principio de composición de propiedades (PC por *Property Composition*) y del principio de descomposición de propiedades (PD por *Property Decomposition*), en que incurrían las interpretaciones modales de primera generación, a saber, la interpretación modal de descomposición biortogonal (BDMI) y la interpretación modal de descomposición espectral (SDMI). El fallo tiene lugar precisamente cuando la regla de actualización se aplica simultáneamente a múltiples particiones. Antes de evaluar las condiciones en que se produce el fallo de los mencionados principios, se deberá introducirlos rigurosamente.

3.1. El principio de composición y descomposición de propiedades (PCD)

Considérese el siguiente ejemplo. Sea el sistema compuesto $S = S^1 \cup S^2$, donde S queda definido por el álgebra de observables $\mathcal{O}$, S^1 por $\mathcal{O}^1$ y S^2 por $\mathcal{O}^2$, respectivamente, siendo $\mathcal{O} = \mathcal{O}^1 \otimes \mathcal{O}^2$. En virtud del principio de composición de propiedades (PC), se asume habitualmente que, si se asignan valores definidos al observable $A^1 \in \mathcal{O}^1$ del subsistema S^1 y al observable $A^2 \in \mathcal{O}^2$ del subsistema S^2, entonces debe asignarse los mismos valores definidos a los observables $A^1 \otimes I^2 \in \mathcal{O}$ y $I^1 \otimes A^2 \in \mathcal{O}$ del sistema compuesto S. En virtud del principio de descomposición de propiedades (PD), se asume que también es válido el condicional que va de la asignación de valores definidos para los observables del sistema compuesto a la asignación de valores definidos para los observables correspondientes a los subsistemas (Vermaas 1998, 109–110). Formalmente:

$$\begin{array}{ll} \text{(PC)} & (A^1 : a^1_k) \to (A^1 \otimes I^2 : a^1_k) \\ \text{(PD)} & (A^1 \otimes I^2 : a^1_k) \to (A^1 : a^1_k) \end{array} \tag{2}$$

donde a_k es el valor definido que se asigna tanto a $A^1 \in \mathcal{O}^1$ como a $A^1 \otimes I^2 \in \mathcal{O}$. Por supuesto, lo mismo vale, *mutatis mutandis*, para $A^2 \in \mathcal{O}^2$ y $I^1 \otimes A^2 \in \mathcal{O}$.

Tomando el PC y PD en conjunción, se obtiene la siguiente relación de equivalencia entre observables de las partes y observables del sistema compuesto, un único principio al que se puede llamar PCD:

$$\text{(PCD)} \qquad \left(A^1 : a_k\right) \leftrightarrow \left(A^1 \otimes I^2 : a_k\right) \tag{3}$$

Dicha relación, por supuesto, vale también para $A^2 \in \mathcal{O}^2$ y $I^1 \otimes A^2 \in \mathcal{O}$.

Una consecuencia relevante del PCD es la siguiente. A partir de $A^1 \otimes I^2$ y $I^1 \otimes A^2$ puede definirse el observable

$$A' = f\left(A^1 \otimes I^2, I^1 \otimes A^2\right) \in \mathcal{O} \tag{4}$$

por medio de una función f. Asumiendo el PCD,

1. si se asigna al observable $A^1 \in \mathcal{O}^1$ el valor definido a_k^1, esto es $(A^1 : a_k^1)$,
2. si se asigna al observable $A^2 \in \mathcal{O}^2$ el valor definido a_k^2, esto es $(A^2 : a_k^2)$,

Entonces,

3. al observable $A^f \in \mathcal{O}$ corresponde el valor definido $f(a_k^1, a_k^2)$, esto es

$$\left(A^f : f(a_k^1, a_k^2)\right)$$

En síntesis, el PCD puede formularse de modo general:

$$\left(A^1 : a_k^1\right) \wedge \left(A^2 : a_k^2\right) \leftrightarrow \left(A^f : f(a_k^1, a_k^2)\right) \tag{5}$$

Lombardi y Castagnino, en su publicación fundacional de la MHI (2008), incorporan claramente este principio. Lo expresan empleando vocabulario ontológico. A saber, si se asigna a la propiedad-tipo $[A^1]$ la propiedad-caso actual $[A^1 : a_k^1]$, y a la propiedad-tipo $[A^2]$ la propiedad-caso actual $[A^2 : a_k^2]$, entonces a la propiedad-tipo $[A^f]$ corresponde la propiedad-caso actual $[A^f : f(a_k^1, a_k^2)]$ (ver *IP4* en Lombardi y Castagnino 2008, p. 391). Esto es:

$$[A^1 : a_k^1] \wedge [A^2 : a_k^2] \leftrightarrow [A^f : f(a_k^1, a_k^2)] \tag{6}$$

Una propiedad-tipo es el correlato ontológico de un observable cuántico; una propiedad-caso actual es el correlato ontológico del valor definido que adquiere un observable.

Dado que, en la MHI, la aplicación de la AR depende crucialmente del observable Hamiltoniano, la ecuación (6) puede especificarse de la siguiente manera:

$$[H^1 : h_k^1] \wedge [H^2 : h_k^2] \leftrightarrow [H : h_k^1 + h_k^2] \tag{7}$$

donde se ha especificado la función f de la ecuación (6) como la suma, ya que, en el caso del observable energía, la energía del sistema compuesto es simplemente la suma de la energía de sus partes (no habiendo interacción).

3.2. Fallo del PCD en la primera generación de interpretaciones modales

Evaluemos a continuación el fallo que, tanto en BDMI como en SDMI, se produce respecto al PCD (Vermaas, 1998). Recuérdese que SDMI es una generalización de BDMI, aplicable a estados representados como operadores de densidad. Por tanto, lo que se diga de BDMI se considera válido también para SDMI. En estas interpretaciones, el conjunto de observables compatibles que toman valores definidos queda determinado por la descomposición de Schmidt (o descomposición *biortogonal*) del estado. Bajo ciertas condiciones, la descomposición de Schmidt es única. Así, dada la descomposición:

$$|\psi_S\rangle = \sum_i c_i \, |a_i^1\rangle \otimes |a_i^2\rangle \tag{8}$$

donde $|\psi_S\rangle$ representa al estado del sistema compuesto S y $\{|a_i^1\rangle\}$, $\{|a_i^2\rangle\}$ con $i = \{1, 2, \ldots, n\}$ son bases correspondientes a los observables $A^1 \in \mathcal{O}^1$ del subsistema S^1 y $A^2 \in \mathcal{O}^2$ del subsistema S^2, respectivamente.

La regla de asignación de propiedades de BDMI establece que:

1. Para S^1, el contexto de preferencia es el determinado por $A^1 \in \mathcal{O}^1$
2. Para S^2, el contexto de preferencia es el determinado por $A^2 \in \mathcal{O}^2$

Así, puede ser el caso que $[A^1 : a_k^1] \wedge [A^2 : a_k^2]$, con probabilidad $|c_k|^2$.

En la situación en la que el estado $|\psi_S\rangle$ es el estado separable

$$|\psi_S\rangle = |a_k^1\rangle \otimes |a_k^2\rangle \tag{9}$$

es el caso que $[A^1 : a_k^1] \wedge [A^2 : a_k^2]$, esta vez con probabilidad 1, dado que la ecuación (9) cuenta como una descomposición de Schmidt y permite aplicar la regla de asignación de propiedades.

Se ha asignado propiedades a los subsistemas S^1 y S^2 del sistema compuesto S. Sin embargo, existen medios para asignar propiedades también al sistema compuesto S. Para ello, se deberá tomar a S como un sistema que entra en composición con otro sistema U, con estado $|\psi_U\rangle$. Entonces, el estado de $S \cup U$ resulta

$$|\psi_{S\cup U}\rangle = |\psi_S\rangle \otimes |\psi_U\rangle \tag{10}$$

El estado en la ecuación 10 fuerza la aceptación, de acuerdo a la regla de asignación de propiedades de BDMI, de que el sistema S tiene la propiedad $[\![|\psi_S\rangle\langle\psi_S|]\!]$, que se corresponde al operador de proyección $|\psi_S\rangle\langle\psi_S|$. En este punto, es que puede producirse el fallo del PCD.

(1) Si $|\psi_S\rangle = |a_k^1\rangle \otimes |a_k^2\rangle$ (ecuación 9), entonces no se produce fallo del PCD, ya que el operador $|\psi_S\rangle\langle\psi_S|$ puede descomponerse en los operadores $|a_k^1\rangle\langle a_k^1|$ y $|a_k^2\rangle\langle a_k^2|$, esto es:

$$|\psi_S\rangle\langle\psi_S| = |a_k^1\rangle\langle a_k^1| \otimes I^2 + I^1 \otimes |a_k^2\rangle\langle a_k^2| \tag{11}$$

La ecuación 11 permite hacer corresponder los valores definidos a_k^1 y a_k^2 con el valor definido $f(a_k^1, a_k^2)$ correspondiente al proyector $|\psi_S\rangle\langle\psi_S|$ y a cierto observable A^f del sistema S, sin que se produzca fallo alguno del PCD.

(2) Sin embargo, en los casos en que el estado $|\psi_S\rangle$ de S no es separable (como es en general el caso en la ecuación 8), se producirán situaciones como la siguiente (ver Vermaas 1998, p. 110):

$$|\psi_S\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|a_k^1\rangle \otimes |a_k^2\rangle + \frac{1}{2}|a_x^1\rangle \otimes |a_x^2\rangle \tag{12}$$

En este caso, BDMI puede asignar a S^1 la propiedad $[A^1 : a_k^1]$ y a S^2 la propiedad $[A^2 : a_k^2]$, con probabilidad $\frac{3}{4}$. Sin embargo, BDMI asigna, en virtud de la misma regla, la propiedad $[\![|\psi_S\rangle\langle\psi_S|]\!]$ al sistema S, con probabilidad 1 (por lo establecido en la ecuación 10).

Es claro que, en este tipo de situaciones, el fallo del PCD se produce porque $|\psi_S\rangle$ es no separable y no puede ser factorizado para obtener $|a_k^1\rangle \otimes |a_k^2\rangle$. Vermaas expresa la dificultad en los siguientes términos. Dado que:

$$\left(|a_k^1\rangle\langle a_k^1| \otimes I^2\right) |\psi_S\rangle\langle\psi_S| \neq |\psi_S\rangle\langle\psi_S| \tag{13}$$

entonces $|a_k^1\rangle\langle a_k^1| \otimes I^2$ no puede valer 1. El mismo razonamiento es válido para la expresión $(I^1 \otimes |a_k^2\rangle\langle a_k^2|)|\psi_S\rangle\langle\psi_S|$.

3.3. La interpretación modal atómica (AMI)

Para evitar el fallo del PCD, la interpretación modal atómica (AMI), a la que se hizo mención en la Sección 2, a diferencia de las interpretaciones de primera generación, BDMI y SDMI, aplica la regla de asignación de propiedades solo a la partición que separa a un sistema total en subsistemas atómicos. Esto supone tomar una estructura producto tensorial (TPS) privilegiada. En el caso de la AMI, se toma un criterio puramente matemático: dicha estructura producto tensorial es la de grano más fino posible, es decir, aquella cuyas partes no admiten ulteriores factorizaciones en virtud de la operación del producto tensorial (Bacciagaluppi y Dickson 1999, 1169). A diferencia de la MHI (ver Sección 4.1), la AMI toma un compromiso con un atomismo mereológico, probablemente también metafísico. Según AMI, las propiedades de los sistemas no atómicos quedan determinadas por las propiedades de sus partes atómicas a partir del principio de composición de propiedades (PC).

Para el ejemplo que se ha considerado en la Sección 3.2, la regla de asignación de propiedades se aplicaría solamente a S^1 y a S^2 (suponiendo que son sistemas atómicos) mientras S no poseería, de modo actual, la propiedad $[\![|\psi_S\rangle\langle\psi_S|]\!]$. Aunque, de este modo, AMI, a diferencia de BDMI y SDMI, logra salvar el PCD, la estrategia empleada genera sus propios problemas, ya que, de acuerdo a ella, es posible que los sistemas cuánticos no tengan las propiedades que la mecánica cuántica predice que un sistema cuántico posee cuando se las obtiene en una medición con probabilidad 1, en nuestro ejemplo, la propiedad $[\![|\psi_S\rangle\langle\psi_S|]\!]$. Es decir, adoptar la AMI supone abandonar completamente el vínculo autoestado-autovalor, incluso el primer condicional, que establece que, si el estado del sistema es un autoestado de un observable, entonces posee el autovalor correspondiente como propiedad actual. Las interpretaciones BD-MI y SDMI asignan propiedades cuando los sistemas no están en autoestados, en desacuerdo parcial con EEL, que establece que

$$[A : a_k] \rightarrow |\psi_S\rangle = |a_k\rangle \tag{14}$$

Sin embargo, asignan la propiedad correspondiente al autoestado cuando el sistema está en un autoestado, en acuerdo parcial con EEL, que establece que

$$|\psi_S\rangle = |a_k\rangle \rightarrow [A : a_k] \tag{15}$$

Por tanto, las interpretaciones BDMI y SDMI (también la PMI) abandonan solo parcialmente el vínculo autoestado-autovalor, es decir, su segundo condicional (ecuación 15). La AMI, por su parte, ya no asigna en todos los casos la propiedad correspondiente al autoestado cuando un sistema compuesto está en un autoestado, y es por ello la primera interpretación modal en abandonar completamente EEL (también lo hace MHI). Esto no representaría en sí mismo un problema, si no fuera por el hecho de que el modelo de la medición cuántica de la interpretación requiere que el sistema objeto posea los valores observados como propiedades actuales. Así, la adecuación empírica de AMI puede resultar afectada.

Cabe aclarar que, en defensa de BDMI y SDMI, se ha buscado disminuir el estatus ontológico correspondiente al valor definido del sistema compuesto que entra en conflicto con las propiedades actuales de los subsistemas. Se ha propuesto que dicho valor definido no corresponde a una propiedad actual sino solo a una "disposición" del sistema compuesto (Clifton 1996) o a un "efecto dinámico colectivo" del sistema compuesto (Dieks 1998). Una estrategia similar podría aplicarse para responder a la objeción alzada contra la AMI en el párrafo anterior.

3.4. La interpretación modal perspectival (PMI)

La PMI resuelve el fallo del PCD en las interpretaciones de primera generación al considerar a las propiedades de los sistemas cuánticos como relaciones. Incorpora la regla de actualización de la SDMI, junto con la visión *relacionalista* de la formulación de estados relativos (Everett 1957). Los escenarios en que la PMI mejor se desempeña son las mediciones encapsuladas, es decir, los escenarios tipo "amigo de Wigner". Sea S el sistema objeto, M el aparato de medición más observador interno (amigo de Wigner), y W el observador externo al laboratorio (Wigner). Tras la interacción entre S y M, el estado de $S \cup M$ (laboratorio L) es

$$|\psi^L\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle \otimes |p_i\rangle \tag{16}$$

La superposición indicada en la ecuación 16 es una descomposición de Schmidt de $|\psi^L\rangle$, en la que las bases $|a_i\rangle$ y $|p_i\rangle$ determinan para S y M, respectivamente, cuál es el conjunto de observables compatibles que toman valores definidos. Por tanto, y solo de modo relativo al aparato de medición más observador interno M, S tendrá la propiedad actual correspondiente al proyector $|a_k\rangle\langle a_k|$, mientras subsisten las propiedades posibles no actualizadas correspondientes a los proyectores $|a_i\rangle\langle a_i|$. Mientras tanto, el estado de $L \cup W$ es $|\psi^L\rangle \otimes |\psi^W\rangle$, donde $|\psi^W\rangle$ es el estado de W. Respecto de W, el laboratorio tiene la propiedad actual que corresponde al proyector $|\psi^L\rangle\langle\psi^L|$, aunque esta propiedad no sea compatible con la propiedad correspondiente al proyector $|a_k\rangle\langle a_k|$ del sistema S.

El escenario llamado "amigo de Wigner" resulta paradójico para la interpretación ortodoxa o de observador externo, ya que, si es que M ha observado a_k, el postulado de proyección obliga a considerar que el estado de L es

$$|a_k\rangle \otimes |p_k\rangle \tag{17}$$

cuando todavía W puede atribuir a L el estado indicado en la ecuación 16. También resultaría paradójico para una interpretación modal que no acepta la relatividad de las propiedades, porque en general las propiedades correspondientes a los proyectores $|a_k\rangle\langle a_k|$ de S y $|\psi^L\rangle\langle\psi^L|$ de L son propiedades incompatibles o no pueden hacerse corresponder por medio del PCD. La paradoja quedaría resuelta para la PMI ya que, para esta interpretación, las propiedades son *perspectivales*: la propiedad correspondiente al proyector $|a_k\rangle\langle a_k|$ es propiedad actual de S en la perspectiva de M, mientras que la propiedad correspondiente al proyector $|\psi^L\rangle\langle\psi^L|$ es propiedad actual de L en la perspectiva de W. En otros términos, las mencionadas propiedades actuales son relaciones entre S y M, y entre L y W, respectivamente. La estrategia adoptada por la PMI logra evitar el fallo del PCD simplemente limitando la aplicación del principio. Dado que las propiedades son solamente *perspectivales*, la consistencia entre las propiedades del sistema compuesto y las de sus subsistemas deja de ser un requisito.

4. El principio de composición y descomposición de propiedades en la interpretación modal-Hamiltoniana

4.1. MHI como un tipo de interpretación modal "atómica"

La MHI adopta una estrategia similar a la empleada en la AMI, con objeto de prevenir fallos respecto al PCD. Este punto fue enfatizado en el artículo "The Modal-Hamiltonian Interpretation of Quantum Mechanics as a kind of «Atomic» Interpretation" (Ardenghi y Lombardi 2011). Es decir, para evitar inconsistencias entre las propiedades del sistema compuesto y las propiedades de los subsistemas, la AMI y la MHI coinciden en asignar propiedades solo a los subsistemas. En efecto, mientras la AMI solo aplica su regla de asignación de propiedades a la partición generada por la TPS que da lugar a subsistemas atómicos, la MHI solo aplica su regla de actualización a una partición que da subsistemas elementales, a la que podríamos llamar la *partición elemental*. Recuérdese que la noción de sistema elemental está claramente definida en el postulado de sistemas compuestos (CSP) de la interpretación. Adicionalmente, la MHI permite definir una noción de sistema (o subsistema) atómico con claro sentido físico (Ardenghi y Lombardi 2011). A saber, en la MHI, los subsistemas atómicos no son aquellos que resultan de la TPS de grano más fino sin más, sino la de grano más fino que deja invariantes a los generadores de las transformaciones del grupo de Galileo. Es decir, la que podríamos llamar *partición atómica* de acuerdo a la MHI se define como aquella de grano más fino cuyos subsistemas son invariantes ante simetrías (Harshman y Wickramasekara 2007).

Sin embargo, debe notarse que en la MHI puede distinguirse entre sistema atómico y sistema elemental. En efecto, si las partes atómicas están interactuando, entonces no se aplica la regla de actualización a ellos, debiendo buscarse la primera partición de grano más grueso que dé partes no interactuantes. Mientras en la MHI las partes atómicas constituyen una partición con claro sentido físico (a la que puede o no aplicarse la regla de actualización, según estén en interacción o no), en la AMI las partes atómicas son simplemente átomos mereológicos (a las que siempre se aplica la regla de asignación de propiedades), sin sentido físico claro. Para los autores de AMI, "los subsistemas que corresponden a factores atómicos en la factorización de preferencia" son "aquellos que no son a su vez productos tensoriales de factores que aparecen en la factorización de preferencia" (trad. propia, Bacciagaluppi y Dickson 1999, 1169). Esta definición construye la noción de sistema atómico a partir de un criterio meramente matemático, como un factor no ulteriormente factorizable del espacio del Hilbert que representa al sistema total. Así, las partes atómicas de la AMI pueden tomarse como átomos mereológicos, pero sin un sentido físico que parezca relevante.

Además, la MHI coincide con la AMI en abandonar completamente el vínculo autoestado-autovalor, no solamente para sistemas compuestos (como en la AMI) sino también para sistemas elementales. Esto se debe a que MHI fija el contexto de preferencia en el Hamiltoniano, por su regla de actualización. En efecto, puede darse el caso que un sistema elemental esté en un autoestado de un observable no compatible con el Hamiltoniano. En ese caso, dicho sistema no posee la propiedad correspondiente a ese autoestado, sino otras correspondientes al contexto de preferencia. Sin embargo, el abandono completo del vínculo autoestado-autovalor por parte de la MHI no compromete su adecuación empírica. En efecto, el modelo de la medición de la MHI, a diferencia del modelo de la AMI, no requiere que el sistema objeto posea el valor observado como propiedad actual, solo requiere que el observable puntero del aparato de medición conmute con el Hamiltoniano (Lombardi y Castagnino 2008).

En este punto, cabe reflexionar si, para la MHI, es realmente necesario restringir la aplicación de su regla de actualización a sistemas elementales para prevenir el fallo de PCD. Es decir, si podrían relajarse las restricciones que la AR de la MHI impone a la asignación de propiedades sin comprometer su adecuación con PCD. En el caso de la AMI está visto que esto no es posible, sin embargo, la regla de actualización de la MHI difiere de la de AMI en un punto que puede resultar relevante: mientras la regla de actualización de la AMI es dependiente del estado y el contexto de preferencia es variable, la AR de la MHI no depende del estado y el contexto de preferencia está fijo a priori: el dado por el Hamiltoniano y sus observables compatibles. Como se verá, puede argüirse que en las BDMI y SDMI el fallo se produce no solo por la aplicación de la regla de asignación de propiedades a todas las particiones de una jerarquía, sino también por el hecho de que su regla de asignación de propiedades es dependiente del estado. Precisamente, la AMI, que toma la regla de asignación de propiedades de las BDMI y SDMI, debe restringir la aplicación a una sola partición a causa de esta condición. De hecho, es de esperar que en una interpretación modal en la que la asignación de propiedades depende del estado, se produzcan problemas respecto al PCD cuando el estado del sistema compuesto es no separable. Contrariamente, es probable que en una interpretación en la que el contexto de preferencia es insensible al estado del sistema, no se produzcan dichos fallos, aunque el estado del sistema compuesto sea no separable. Si ese fuera el caso, en principio, podría modificarse la regla de actualización de la MHI para que se aplique a pluralidad de particiones. Si no fuera el caso, es probable que la única forma de aplicar la regla de la MHI a múltiples particiones es pasar de actualizaciones absolutas a actualizaciones relativas (lo que obligaría también a introducir un cambio en la ontología asociada), tal y como se propone en la PMI, siguiendo una sugerencia de Bacciagaluppi (1995): o se restringe la regla de asignación de propiedades a subsistemas de preferencia o debe defenderse un cambio en la metafísica. Se discute esta cuestión en la próxima sección.

4.2. ¿Una regla de actualización de la MHI aplicable a múltiples particiones?

En primer lugar, se estudia si estados no separables pueden producir en la MHI un fallo del principio PCD análogo al que tiene lugar en las interpretaciones BDMI y SDMI. Considérese un ejemplo similar al de la ecuación 8, en la Sección 3.2. Sea el sistema compuesto $S(\mathcal{O}, H)$ y sus subsistemas $S^1(\mathcal{O}^1, H^1)$ y $S^2(\mathcal{O}^2, H^2)$. Sean $|h_i^1\rangle$ los autoestados de H^1 correspondientes a los valores posibles h_i^1, y $|h_i^2\rangle$ los autoestados de H^2 correspondientes a los valores posibles h_i^2. Se adopta el PCD y, por tanto, los observables $H^1 \in \mathcal{O}^1$ y $H^2 \in \mathcal{O}^2$, Hamiltonianos de S^1 y S^2, equivalen a los observables $H^1 \otimes I^2 \in \mathcal{O}$ y $I^1 \otimes H^2 \in \mathcal{O}$, respectivamente. Se asume que S^1 y S^2 satisfacen la definición de sistema de la interpretación (SP). Por tanto, no hay interacción entre ellos, siendo H^1 y H^2 independientes del tiempo. En estas condiciones, a partir de $H^1 \otimes I^2$ y $I^1 \otimes H^2$ puede establecerse la siguiente relación entre H, H^1 y H^2:

$$H \in \mathcal{O} = H^1 \otimes I^2 + I^1 \otimes H^2 \tag{18}$$

En este caso, el PCD establece que sii se asigna a la propiedad-tipo $[H^1]$ la propiedad-caso actual $[H^1 : h_k^1]$ y a la propiedad-tipo $[H^2]$ la propiedad-caso actual $[H^2 : h_k^2]$, entonces a la propiedad-tipo $[H]$ corresponde la propiedad-caso actual $[H : (h_k^1 + h_k^2)]$ (ver ecuación 7).

Considérese a continuación un estado análogo al que produce el fallo del PCD en el caso de las interpretaciones BDMI y SDMI (comparar con ecuación 12). Si el estado de S fuera

$$|\psi_S\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|h_k^1\rangle \otimes |h_k^2\rangle + \frac{1}{2}|h_x^1\rangle \otimes |h_x^2\rangle \tag{19}$$

entonces la AR puede asignar a S^1 la propiedad actual $[H^1 : h_k^1]$ y a S^2 la propiedad actual $[H^2 : h_k^2]$, en ambos casos con probabilidad $\frac{3}{4}$. En principio, nada impediría que la AR pudiera ser sustituida por una hipotética regla de actualización AR^* que asigne de modo inmediato no solo propiedades actuales a S^1 y S^2, sino también al sistema S la propiedad actual $[H : (h_k^1 + h_k^2)]$, con probabilidad $\frac{3}{4}$, en virtud de la equivalencia establecida por el PCD (ecuación 7). Sin embargo, si el estado $|\psi_S\rangle$ fuera un autoestado de H, la hipotética regla AR^* debería asignar a S la propiedad actual $[\ |\psi_S\rangle\langle\psi_S|\ ]$, ya que, bajo el supuesto de que $|\psi_S\rangle$ es un autoestado de H, la propiedad $[\ |\psi_S\rangle\langle\psi_S|\ ]$ resulta compatible con el Hamiltoniano H y no rompe sus simetrías. En este caso, la interpretación no podría asignar a la propiedad-tipo $[H]$ una propiedad-caso actual distinta de $[\ |\psi_S\rangle\langle\psi_S|\ ]$, bajo pena de vulnerar la adecuación empírica de la interpretación. Sin embargo, debemos evaluar si, contra lo que establece el PCD (ver ecuación 7), la propiedad $[\ |\psi_S\rangle\langle\psi_S|\ ]$ podría no ser $[H : (h_k^1 + h_k^2)]$. Es decir, el valor de energía correspondiente a $|\psi_S\rangle$ podría no ser la suma de las energías de S^1 y S^2.

Bajo el supuesto de que $|\psi_S\rangle$ es un autoestado de H, podría darse que la hipotética regla AR^* asigne a los subsistemas propiedades actuales que no pueden componerse para obtener la propiedad actual $[\,|\psi_S\rangle\langle\psi_S|\,]$, ni esta descomponerse para obtener $[H^1 : h^1_k]$ y $[H^2 : h^2_k]$, por las mismas razones expuestas por Vermaas (1998) para el caso presentado en la ecuación 12. Es decir, si $|\psi_S\rangle$ fuera un autoestado de H, entonces la propiedad actual $[\,|\psi_S\rangle\langle\psi_S|\,]$ debería ser asignada a S con probabilidad 1, pudiendo producirse un fallo del PCD. Sin embargo, puede probarse que esta situación no puede producirse para el observable Hamiltoniano.

Considérese un estado general, de la forma

$$|\psi_S\rangle = \sum_{i,j} c_{ij}\, |h^1_i\rangle \otimes |h^2_j\rangle. \tag{20}$$

donde $|h^1_i\rangle$ son los autoestados del Hamiltoniano H^1 de S^1 y $|h^2_j\rangle$ los autoestados del Hamiltoniano H^2 de S^2. Al aplicar este estado al Hamiltoniano H se obtiene

$$H|\psi_S\rangle = \sum_{i,j} c_{ij}\, (h^1_i + h^2_j)\, |h^1_i\rangle \otimes |h^2_j\rangle. \tag{21}$$

donde $(h^1_i + h^2_j)$ representan los autovalores de H. Para que $|\psi_S\rangle$ sea autoestado de H se requiere que

(i) el Hamiltoniano H de S sea completamente degenerado, o

(ii) el coeficiente c_{ij} sea distinto de cero para un solo valor del par (i, j).

Si (i), de acuerdo con los postulados de la MHI, no hay contexto de preferencia, ya que el Hamiltoniano es igual a cero $(H = 0)$ o es un múltiplo de la identidad $(H = kI)$ (ver postulado *IP10* en Lombardi y Castagnino 2008, p. 393). Si (ii), entonces $|\psi_S\rangle$, aunque autoestado de H, es separable y, por tanto, la propiedad $[|\psi_S\rangle\langle\psi_S|]$ puede descomponerse en las propiedades $[H^1 : h^1_k]$ y $[H^2 : h^2_k]$. En ambos casos, el PCD se salva. También puede darse que $|\psi_S\rangle$ sea autoestado de H y que H no sea completamente sino parcialmente degenerado. Por ejemplo, este es el caso cuando los coeficientes c_{ij} son todos cero excepto dos:

$$|\psi_S\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}\, |h^1_{i_a}\rangle \otimes |h^2_{j_b}\rangle + \frac{1}{2}\, |h^1_{i_c}\rangle \otimes |h^2_{j_d}\rangle. \tag{22}$$

Aplicando H al estado aparecen en la ecuación los autovalores de H:

$$H|\psi_S\rangle = (h^1_{i_a} + h^2_{j_b})\, \frac{\sqrt{3}}{2}\, |h^1_{i_a}\rangle \otimes |h^2_{j_b}\rangle + (h^1_{i_c} + h^2_{j_d})\, \frac{1}{2}\, |h^1_{i_c}\rangle \otimes |h^2_{j_d}\rangle. \tag{23}$$

Sin embargo, si hay degeneración parcial, los autovalores son los mismos para los dos términos en que los coeficientes c_{ij} son distintos de cero y, por tanto, puede sacarse como factor común

$$H|\psi_S\rangle = (h^1_{i_a} + h^2_{j_b}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} |h^1_{i_a}\rangle \otimes |h^2_{j_b}\rangle + \frac{1}{2} |h^1_{i_c}\rangle \otimes |h^2_{j_d}\rangle \right) \tag{24}$$

Lo que indica que el valor definido que la interpretación asigna al sistema total es para los dos autoestados la suma de las energías de los subsistemas, evitándose también aquí inconsistencias con el PCD.

De lo anterior se desprende que, en principio, la regla de actualización de la MHI podría aplicarse a múltiples particiones de un sistema total, cualquiera sea su estado, bajo la condición de que las partes sean no interactuantes y las particiones estén *mereológicamente* vinculadas. De modo que, para el par de particiones $\{\varepsilon, \phi\}$, ordenado de grano fino a grueso, se actualice la energía en cada partición y existan relaciones dadas por los PCD entre las energías actuales de cada parte $x \in \varepsilon$, alguna parte $y \in \varepsilon$ y alguna parte $z \in \phi$. Si, por ejemplo, ε es una partición que tiene dos partes, x correspondiente al subsistema S^x con Hamiltoniano H^x, e y correspondiente al subsistema S^y con Hamiltoniano H^y, mientras la parte z, perteneciente a ϕ, corresponde al sistema compuesto S^z con Hamiltoniano $H^z = H^x \otimes I^y + I^x \otimes H^y$, se tiene que, para los observables H^x, H^y, H^z:

$$[H^x : h_i^x] \wedge \left[H^y : h_j^y\right] \leftrightarrow \left[H^z : h_i^x + h_j^y\right] \tag{25}$$

en acuerdo con la ecuación 7. Esta manera de componer la energía de las diferentes particiones asegura que no aparezcan el tipo de inconsistencias que son comunes en otras interpretaciones modales. Sin embargo, la energía no es el único observable que se actualiza. En la MHI también se actualizan los observables que conmutan con el Hamiltoniano y tienen sus mismas simetrías. Por esta razón, resulta necesario estudiar, además de las reglas de composición, las condiciones en que se produce conmutación con el Hamiltoniano y simetrías con el mismo.

Si el observable O^x del sistema S^x conmuta con H^x y tiene al menos sus mismas simetrías, según la regla de actualización, se actualiza $[O^x : o_i^x]$. En atención a las relaciones establecidas por el PCD, el observable del sistema compuesto $O^z = O^x \otimes I^y$ también se actualiza, ya que $[O^x : o_i^x] \leftrightarrow [O^z : o_i^z]$. Esto corresponde con la conmutación entre O^z y $H^z = H^x \otimes I^y + I^x \otimes H^y$, ya que

$$[O^z, H^z] = [O^x \otimes I^y, H^x \otimes I^y] + [O^x \otimes I^y, I^x \otimes H^y] = [O^x, H^x] = 0 \tag{26}$$

Por otro lado, si H^x tiene una simetría generada por el generador K^x, entonces $[K^x, H^x] = 0$ y, por tanto, H^z tendrá la simetría generada por $K^z = K^x \otimes I^y$, dado que

$$[K^z, H^z] = [K^x \otimes I^y, H^x \otimes I^y] + [K^x \otimes I^y, I^x \otimes H^y] = [K^x, H^x] = 0 \tag{27}$$

Esto muestra que, si se aplica la regla de actualización a S^x, es decir, se buscan los observables O^x que conmutan con H^x y tienen al menos sus mismas simetrías, entonces las propiedades análogas del sistema S^z, $O^z = O^x \otimes I^y$, también se actualizan y además conmutan con H^z y tienen al menos las mismas simetrías que $H^x \otimes I^y$. Nótese que para que haya compatibilidad, O^z debe tener las mismas simetrías que $H^x \otimes I^y$ y no las mismas que H^z, como se requeriría si se aplicara la regla de actualización directamente a S^z. Lo mismo ocurre para los observables O^y del sistema S^y, de modo que en general se tiene que la relación

$$[O^x : o_i^x] \wedge \left[O^y : o_j^y\right] \leftrightarrow \left[O^{z,f} : f(o_i^x, o_j^y)\right] \tag{28}$$

habilita la compatibilidad entre el valor de las propiedades de un sistema compuesto y sus partes. De este modo, parecería haber compatibilidad entre la regla de actualización aplicada a S^x o a S^y y la misma regla aplicada a S^z. Sin embargo, en este análisis se consideraron solamente propiedades del sistema compuesto asociadas a observables de la forma $O^x \otimes I^y$ o $I^x \otimes O^y$, pero como es sabido, el espacio de observables de S^z es más grande que la simple suma de los espacios de observables de S^x y S^y. Entonces, hay propiedades de S^z que no tienen un análogo en sus partes S^x y S^y. Esto hace que, en principio, aplicando la regla de actualización directamente a S^z, sería posible encontrar algún observable O^D que conmute con H^z y tenga sus mismas simetrías, pero que no tenga la forma $O^x \otimes I^y$ ni la forma $I^x \otimes O^y$. En este caso, según la regla de actualización, la propiedad asociada a O^D debería actualizarse, pero como no puede expresarse como una función de las propiedades de las partes, esto es $O^D \neq f(O^x \otimes I^y, I^x \otimes O^y)$, es necesario agregar alguna restricción para que este tipo de observables no se actualice. Dicha restricción es la que ya está incorporada en la AR de la MHI por el solo hecho de que las propiedades actuales se componen desde los sistemas pertenecientes a la partición elemental hasta los sistemas que se componen a partir de aquellos.

5. Conclusiones

El análisis realizado muestra que el desarrollo de las interpretaciones modales de la mecánica cuántica puede entenderse, en buena medida, como una búsqueda de compatibilidad con el principio de composición y descomposición de propiedades (PCD). Las primeras interpretaciones, como la BDMI y la SDMI, no logran satisfacer dicho principio cuando el estado del sistema compuesto es no separable, debido a que sus reglas de asignación de propiedades dependen del estado. Este límite motivó la aparición de interpretaciones de segunda generación (entre ellas la AMI, la PMI y la MHI), que adoptan estrategias diversas para evitar las inconsistencias mencionadas.

La interpretación modal-Hamiltoniana (MHI) ofrece una solución particularmente robusta al fijar el contexto de actualización en los observables compatibles con el Hamiltoniano. De este modo, evita los problemas derivados de la dependencia del estado y preserva la consistencia entre las propiedades actuales de los subsistemas y las del sistema total, sin requerir una metafísica relacional de las propiedades cuánticas.

El examen de la posibilidad de aplicar la regla de actualización de la MHI a múltiples particiones arroja resultados dispares. Por un lado, si solo se considera la actualización del observable Hamiltoniano, la regla puede aplicarse a múltiples particiones sin comprometer la adecuación empírica ni violar el PCD. Por otro lado, cuando se incluyen también los observables compatibles con el Hamiltoniano que comparten sus simetrías, la compatibilidad con el PCD no puede garantizarse sin restringir la actualización a aquellos observables que respeten las simetrías de los sistemas denominados elementales.

Este resultado limita severamente la posibilidad de formular una versión ampliada de la MHI que incorpore una noción de composición coherente con el pluralismo de estructuras de producto tensorial (TPS) y que, al mismo tiempo, mantenga la invariancia de simetrías que caracteriza a la interpretación. En consecuencia, la MHI parece conservar inevitablemente un carácter "atómico", en el sentido de que las propiedades actuales de los sistemas elementales deben considerarse ontológicamente prioritarias respecto de las propiedades actuales de los sistemas compuestos.

En conjunto, los resultados indican que el cumplimiento del principio de composición y descomposición de propiedades no solo constituye una condición de consistencia interna para las interpretaciones modales, sino también un criterio para evaluar su capacidad de articular una ontología formalmente coherente de las propiedades cuánticas. En definitiva, si se pretende, dentro del marco modal, construir una ontología en la que no existan particiones privilegiadas, disponer de una regla de actualización independiente del estado (como la de la MHI) no resulta suficiente. Un cambio hacia una metafísica relacional de las propiedades cuánticas, como la propuesta por la PMI, parece ser un requisito ineludible para tal empresa.

Agradecimientos

Agradezco al Dr. Sebastian Fortin por su decisiva contribución para resolver numerosas cuestiones técnicas de este artículo.

Financiamiento

El autor fue beneficiario de una beca doctoral de CONICET durante el período en el que este artículo fue concebido y finalmente puesto por escrito.

Referencias

Ardenghi, J. A., Lombardi, O. (2011). “The Modal-Hamiltonian Interpretation of quantum mechanics as a kind of “atomic” interpretation”. *Physics Research International* 2011, 379604.

Ardenghi, J. S. y Lombardi, O. (2012). “Interpretación modal-Hamiltoniana: una versión invariante ante las transformaciones de Galileo”. En: Celestino Silva, C. y Salvatico, L. (eds.), *Filosofia e História da Ciência no Cone Sul*. Porto Alegre: AFHIC, 222–230.

Ardenghi, J. S., Castagnino, M. y Lombardi, O. (2009). “Quantum mechanics: Modal interpretation and Galilean transformations”. *Foundations of Physics*. 39, 1023–1045

Ardenghi, J. S., Lombardi, O. y Narvaja, M. (2011). “Modal interpretations and consecutive measurements”. En: Karakostas, V., y Dieks, D. (eds.), *EPSA 2011: Perspectives and Foundational Problems in Philosophy of Science*. Springer, Dordrecht, 207–217.

Bacciagaluppi, G. y Dickson, M. (1999). “Dynamics for modal interpretations”. *Foundations of Physics* 29, 1165–1201.

Bacciagaluppi, G. (1995). “Kochen-Specker theorem in the modal interpretation”, *International Journal of Theoretical Physics* 34, 1205–1215.

Bacciagaluppi, G. y Hemmo, M. (1996). “Modal interpretations, decoherence and measurements”. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 27, 239–277

Ballentine, L. (1998). *Quantum Mechanics: A Modern Development*. World Scientific, Singapore.

Bene, G. y Dieks, D. (2002). "A perspectival version of the modal interpretation of quantum mechanics and the origin of macroscopic behavior". *Foundations of Physics* 32, 645–671.

Castagnino, M. y Lombardi, O. (2008). "The role of the Hamiltonian in the interpretation of quantum mechanics". *Journal of Physics. Conferences Series* 28, 012014.

Clifton, R. K. (1996). "The properties of modal interpretations of quantum mechanics". *British Journal for the Philosophy of Science* 47, 371–398.

da Costa, N. y Lombardi, O. (2014). "Quantum mechanics: Ontology without individuals". *Foundations of Physics* 44, 1246–1257.

da Costa, N., Lombardi, O. y Lastiri, M. (2013). "A modal ontology of properties for quantum mechanics". *Synthese* 190, 3671-3693.

De Witt, B. S. M. (1970). "Quantum mechanics and reality". *Physics Today* 23, 30–35.

Dieks, D. (1988). "The formalism of quantum theory: an objective description of reality?". *Annalen der Physik* 7, 174–190. 302

Dieks, D. (1989). "Resolution of the measurement problem through decoherence of the quantum state". *Physics Letters A* 142, 439–446.

Dieks, D. (1998). "Preferred factorizations and consistent property attribution". En: Healey, R. y Hellman, G. (eds.) *Quantum Measurement: Beyond Paradox*. University of Minnesota Press, Minneapolis, 144–160

Dieks, D. (2019). "Quantum reality, perspectivalism and covariance". *Foundations of Physics* 49, 629–646.

Fortin, S. y Lombardi, O. (2022). "Entanglement and indistinguishability in a quantum ontology of properties". *Studies in History and Philosophy of Science* 91, 234–243.

Fortin, S., Lombardi, O. y Martínez González, J. C. (2018). "A new application of the modal-Hamiltonian interpretation of quantum mechanics: The problem of optical isomerism". *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 62, 123–135.

Gilton, M. J. R. (2016). "Whence the eigenstate–eigenvalue link?" *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 55: 92-100.

Kochen, S. (1985). "A new interpretation of quantum mechanics". En: Lahti, P. J. y Mittelsteadt, P. (eds.) *Symposium on the Foundations of Modern Physics*, World Scientific, Singapur, 151–169.

Lombardi, O. y Ardenghi, J. S. (2022). "How Different Interpretations of Quantum Mechanics can Enrich Each Other: The Case of the Relational Quantum Mechanics and the Modal-Hamiltonian Interpretation". *Foundations of Physics* 52, 64.

Lombardi, O. y Castagnino, M. (2008). "A modal-Hamiltonian interpretation of quantum mechanics". *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 39, 380–443.

Lombardi, O. y Dieks, D. (2021). "Modal Interpretations of Quantum Mechanics". En: Zalta, E. N. (ed.) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, URL = <https://plato.stanford.edu/entries/qm-modal/>.

Lombardi, O. y Fortin, S. (2015). "The role of symmetry in the interpretation of quantum mechanics". *Electronic Journal of Theoretical Physics* 12, 255–272.

Lombardi, O., Ardenghi, S., Fortin, S. y Castagnino, M. (2011). "Compatibility between environment-induced decoherence and the modal-Hamiltonian interpretation of quantum mechanics". *Philosophy of Science* 78, 1024–1036.

Lombardi, O., Castagnino, M. y Ardenghi, J. S. (2010). "The modal-Hamiltonian interpretation and the Galilean covariance of quantum mechanics". *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 41, 93–103.

van Fraassen, B. C. (1972). "A Formal Approach to the Philosophy of Science". En: Colodny, R. (ed.) *Paradigms and Paradoxes: The Philosophical Challenge of the Quantum Domain*. University of Pittsburgh Press, 303–366.

Vermaas, P. (1998). "The pros and cons of the Kochen–Dieks and the atomic modal interpretation". En: Dieks, D. y Vermas, P. (eds.) *The modal interpretation of quantum mechanics*. Kluwer, Dordrecht, 103–148.

Vermaas, P. y Dieks, D. (1995). "The modal interpretation of quantum mechanics and its generalization to density operators". *Foundations of Physics* 25, 145–158.

von Neumann, J. (1932). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Springer, Berlin.